

益

古

演

段

欽定四庫全書

益古演段

提要

臣等謹案益古演段三卷元李冶撰

據至元壬午硯堅序稱冶測圓海鏡

既已刻梓其親舊省掾李師徵復命

其弟師珪請治是編刊行是書在測

圓海鏡之後矣其曰益古演段者蓋

當時某氏算書

案治序但稱近世有某是治已不知作者

名氏以方圓周徑羃積和較相求定爲
諸法名益古集以爲其蘊猶匿而未
發因爲之移補條目釐定圖式演爲
六十四題以闡明奧義故踵其原名
其中有草有條段有圖有義草卽古
立天元一法條段卽方田少廣等法
圖則繪其加減開方之理義則隨圖
解之蓋淵圓海鏡以立天元一法爲
根此書卽設爲問荅爲初學明是法

之意也所列諸法文皆淺顯蓋此法
雖爲諸法之根然神明變化不可端
倪學者驟欲通之茫無門徑之可入
惟因方圓羈積以明之其理猶屬易
見故治於方圓相求各題下皆以此
法步之爲草俾學者得以易入其誤
者正之疎者辨之顛倒者次序之各
加案語於下庶得失不掩俾算家有
所稽考焉乾隆五十一年四月恭校

上

益古演段序

算數之學由來尚矣率自九章支分派委劉徽
李淳風又爲之注後之學者咸祖其法敬齋先
生天資明敏世間書凡所經見靡不洞究至於
薄物細故亦不遺焉近代有移補方圓自成一

家號益古集者大小七十問

案書中六十四問
鏡案此舉成數言

之下稱海鏡
二百問亦同

先生一寓目見其用心之勤惜其

祕而未盡剖露繙圖式釋條段可移則移之可
補則補之祥

案祥字有脫誤
應作說之詳

非若溟滓黠黠之

不可曉析之明非若淺近狃俗之無足觀釐爲
三卷目曰益古演段頗曉十百披而覽之如登
坦途前無滯礙旁蹊曲逕自可縱橫而通嘉惠
後來爲視隱互雜糅惟恐人窺其彷彿者相去
大有逕庭矣先生又盡摭己見輯爲測圓海鏡
一編二百問案今本一百七十問同出一源緻密纖悉備
而不繁參考互見眞學者之指南也海鏡旣命
工刻梓省掾李師徵其親舊也囑弟師珪請是
編刊而行之將與衆共推善及人良可尚也已

數學在六藝爲末求之人最爲切要邇來精其能者殊鮮自非先生學有餘力誠能搜剔軒轅隸首之奧有不暇矣雖然是特大烹之一鬻耳若夫先生胸中渾涵停蓄測之愈深挹之不窮時發於翰墨昭不可掩者則大全集在當嗣此出願肅衽以觀至元壬午仲秋二十六日鄖城硯堅序

益古演段自序

術數雖居六藝之末而施之人事則最爲切務故古之博雅君子馬鄭之流未有不研精於此者也其撰著成書者無慮百家然皆以九章爲祖而劉徽李淳風又加注釋而此道益明今之爲算者未必有劉李之工而褊心跼見不宵曉然示人惟務隱互錯糅故爲溟滓黯黶惟恐學者得窺其彷彿也不然則又以淺近拗俗無足觀者致使軒轅隸首之術三五錯綜之妙盡墮

於市井沾沾之兒及夫荒邨下里蚩蚩之民殊
可憫悼近世有某者以方圓移補成編號益古
集真可與劉李相頡頏余猶恨其闕匿而不盡
發遂再爲移補條段細繙圖式使粗知十百者
便得入室啗其文顧不快哉客有訂愚日子所
述果能盡軒隸之祕乎余應之曰吾所述雖不
敢追配作者誠令後生輩優而柔之則安知軒
隸之祕不於是乎始客退因書以爲自序時大
元己未夏六月二十有四日樂城李冶自序

益古演段卷上

翰林學士知 制誥同修 國史藥城李治撰

第一問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十三畝七分半並不記內圓外方只云從外田楞至內池楞四邊各二十步問內圓外方各多少

答曰外田方六十步 內池徑二十步

法曰立天元一爲內池徑加倍至步得

太一案太卽眞數此卽四十步併一池
三徑鏡案凡算式眞積曰太極旁
記太字虛數曰天元旁記元字太之下
一層爲元元之下一層爲元自乘羈記
太字則不記元字記元字則不記太字
其太元俱不記者則以上方一層爲太
也上中下三層從戴而列每層步位皆
上下相當步之左爲十百千萬步之右
爲分釐豪絲式下注有步字者便以所
注之位爲步其上下層與此步字相當
之位亦爲步也其不注者則以右方尾
位爲步若上下層尾位不正相當則以
偏在左方一層之尾位爲步其上下層
與此尾位相當之位亦爲步也凡算式
有誤竝依法爲田方面案方面以自增
算定改正
乘得太一案此卽一千六百步併爲方
千三十八池徑一平方併爲方

積於頭再立天元一爲內池徑以自之

田方六十步

至水
主步



又三因四而一得

太

。唯案此卽百

七十五上二〇存

步與池徑之位

爲池積以減頭位

得千三。唯案此卽

百步八十池徑爲

一段虛積寄左然後列眞積以畝法案

法二百

通之得三千三百步與左相消

案相消者兩邊同減一千六百步後凡言相消者皆兩邊加減一數也○鏡案此案非也蓋西人借根方即古立天元一而借根方兩邊加減與立天元一相消其法迥殊加減法如案所云若相消法則但以寄左數減後數或以後數減寄左數故曰相消也說詳得和起惟鏡見余所校測圓海鏡中

得和起

案

元本算式正負無別攷沈存中夢溪筆談稱算法用赤籌黑籌以別正負之數又秦道古數學九章卷四上開方圖負算畫黑正算畫朱竝與劉徽九章注正算赤負算黑之說合知當時算式亦必畫紅黑爲別而傳寫者改去也今依海鏡例凡負算以斜畫記之庶算位易辨○案此即一千七百步與八十池徑二分半平方等○鏡案兩邊加減法既加減後仍分兩邊故案云步與池徑平方

等若相消之後則止有減餘更不得云
彼與此等矣又借根方諸數用多少爲
記其不言多少者亦爲多多卽正少卽
負案不言多少是步與池徑平方並爲
多也若相消法以寄左數減後數則得
此實正從負隅負或以後數減寄左數
則正負與此互相易所得爲實負從正
隅正或實或從隅與加減所得多少每
相反開平方得二十步爲圓池徑也倍
也至步加池徑卽外方面也

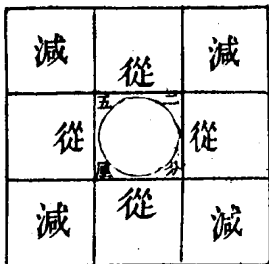
案今借根方法卽立天元一法詳見

御製數理精蘊茲不盡釋

依條段求之眞積內減四段至步羈爲

實四之至步爲從二分半常法

義曰眞積內減四段至步羈者是減去

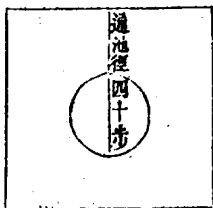


四隅也以二分半爲
常法者是於一步之
內占却七分半外有
二分半也

第二問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十
三畝七分半竝不記徑面只云從外田南楞
通內池北楞四十步問內圓外方各多少

荅曰同前



法曰立天元一爲池徑減

倍通步得三十案此卽八

圖爲田方面以自增乘得

案此卽六千四百

多一平方爲方田積於頭又以

天元池徑自之三因四而一得太。

案此卽百分平方之七十五爲池積以減頭位得

太。非案此卽六千四百步少一爲一

段虛積寄左然後列眞積三千三百步

與左相消得步。案此卽三千一百

少二分半平方等。銳案此案亦誤以兩邊加減法命之說見上開平

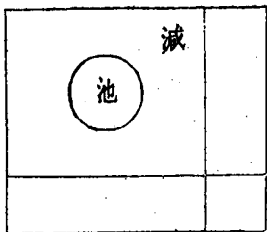
方得二十步卽內池徑也倍通步內減

池徑爲方面也

依條段求之倍通步自乘於頭位以田

積減頭位餘爲實四之通步爲從二分
半虛常法

義曰倍通步者是於方面之外引出一

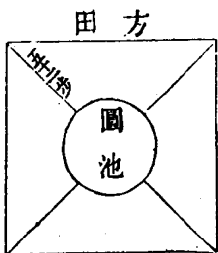


七分
五釐

圓也用二分半虛
常法者是一個虛
方內却有減餘圓
池補了七分半外
欠二分半故以之
爲虛隅也

第三問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一萬
一千三百二十八步只云從外田角斜至內
池楞各五十二步問內徑外方各多少



答曰外田方一百二十步
內池徑六十四步

法曰立天元一爲內池徑
加倍至步得六十四一爲方斜
以自增乘得六十四一爲方

斜羈於頭

其方斜上本合身外減四今不及減便是寄一步四分爲

分母也今此方斜羈乃是變斜爲方面以自乘之數又別得是展起之數也

又立天元爲池徑自之又三因四而一

爲池積今爲方田積旣以展起則此池

積亦須展起故又用一步九分六釐乘

之得一步四分七釐亦爲一个展起底

圓池積也

以一步九分六釐乘之者蓋爲分母十四以自之得一步

九分六釐也

以池積減田積餘

卅卅爲一

段如積寄左然後列眞積一萬一千三

百二十八步亦用分母羈一步九分六釐乘之

或兩度下加四亦同

得二萬二千二百。

二步八分八釐與左相消得

平

方開之得六十四步爲內池徑也倍至步加池徑身外除四見方面也 一法

求所展池積以徑自之了更不須三因

四除及以一步九分六釐乘之只於徑

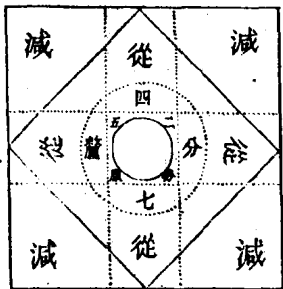
羈上以一步四分七釐

案此卽三因四除一步九分六

釐之數乘之便爲所展之池積也

依條段求之展積內減四段至步羈餘
爲實四之至步爲從四分七釐益隅

義曰凡言展積者是於正積上以一步



九分六釐乘起之數
元法本是方面上寄
一步四分分母自乘
過於每步上得一步
九分六釐故今命之
爲展起之數也諸變

斜爲方面者皆準此所展之池積是於
一步圓積上展出九分六釐若以池徑
上取斜爲外圓徑則一步上止生得四
分七釐也故以四分七釐爲虛常法又
取方冪一步九分六釐四分之三亦得
圓積一步四分七釐也

〔鏡案〕此圖元本
脫左右兩從字

增今

〔案〕法內皆以徑一周三方五斜七爲率故
各面積分數與密率不合蓋此書專爲明

理而作密率數繁礙於講解故用古率以從簡且其法既明卽用密率亦無不可

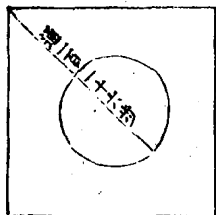
第四問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一萬一千三百二十八步只云從外田角斜通池徑得一百一十六步問內徑外方各多少

答曰外田方一百二十步 內池徑六十四步

法曰立天元一爲圓徑減倍通步得下

田積餘得田積餘得 爲方斜以自之得田積餘得 便爲所



展方田積於上再立天元一爲池徑以自之又以一步四分七釐乘之得得 步便爲所展圓池積也以池積減上

田積餘得田積餘得 爲一段如積寄左然

後列眞積如法展之得二萬二千二百

。二步八分八釐與左相消得得

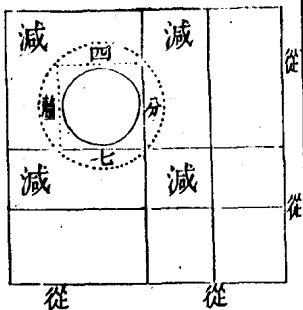
平方開之得六十四步爲內池徑也以
池徑減倍通步卽是方田斜身外除四
爲方面也

依條段求之四段通步冪內減展積爲
實四之通步爲從四分七釐常法

義曰四之通步爲從其減積外實欠一
个方今卽有展池減時所剩之積補却
一个虛方外猶剩一个四分七釐爲常
法也

第五問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十
三畝二分只云內圓周不及外方周一百六



十八步問方圓各多少

答曰外方周二百四十步 內圓周七十

二步

田方六十步



池徑二十四步

法曰立天元一爲內圓

周加一百六十八步得

三十一爲外方周以自增

乘得三十一爲一十六

个方田積又三因之得

三十一爲四十八段方田積於頭三因

之爲四十八者就再立天元圓周以自

爲四十八分母也

之元一爲十二段圓池積圓周爲九

三個圓徑羈爲四個圓池積今九個圓徑羈共爲十二個圓池積也又就

分四之得元三爲四十八個圓池積以

減頭位得元十爲四十八段如積寄

左然後列真積一十三畝二分以畝法

通之得三千一百六十八步又就分母

四十八之得一十五萬二千〇六十四

步與寄左相消得元十平方開之得

七十二步爲內圓周也三而一爲池徑
 依條段求之四十八段田積內減三段
 不及步羈爲實六之不及爲從一虛隅



義曰每一个方周方爲十六段方田積
 今三之爲四十八段方田積也內除了

三个圓周羈外於見積上虛了一个圓
周羈也今求圓周故以一步爲虛隅法
舊術曰以十六乘田積爲頭位以合方
以不及步自乘減頭位餘三之爲實六
之不及步爲從法廉常以一步爲減從
法

第六問

今有方田一段內有圓池水占之外計地二千
六百七十三步只云內圓周與外方面數等

問各多少

答曰外方面內圓周各五十四步

法曰立天元一爲方面便是圓周以自之得

元一便爲十二段池積

也再立天元方面以自

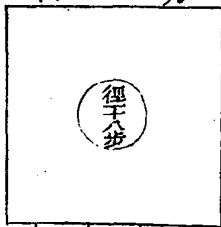
之又十二之得元十爲

十二段方田積也二數

相減餘元十爲十二段

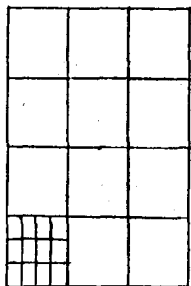
如積寄左然後列真積就分母十二之

方田



得與左相消得。十平方開之得
五十四步爲方面亦爲圓周也

依條段求之十二之眞積爲實無從一
十一步常法



義曰一个方田積
便是一个圓周積
也一个圓周積便
是十二个圓池積
今將十二个圓池積減於十二个方

田積通有十一段方田積也

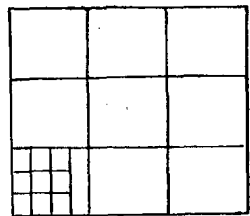
舊術曰以十二乘田如十一而一所得
開方除之合前問也

又法立天元一爲等數以自之爲外田
積又就分母九之得元 三爲九個方田
積於頭又立天元等數以自之爲十二
個圓池積也三之四而一得元 三爲九
個圓池以減頭位得元 三爲九段如積
寄左然後列眞積就分九之得二萬四

千。五十七步與左相消得平。

方開得五十四步爲等數也

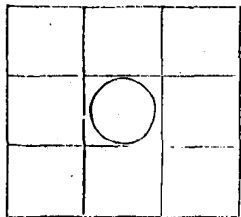
依條段求之九之積爲實無從八步二分半爲常法



義曰每一個方羈爲十二个圓池今將見有的九个圓池去了七分半餘三分半併實有八个方恰是八个二分半也

又法立天元一爲徑以三之爲外方面
以自之得元三爲外方積於上再立天
元圓徑以自之三之四而一得元三爲
圓池積也以此圓積減方積得元三爲
一段如積寄左然後列眞積與左相消
得下式元三。平方開得一十八步爲
圓徑也

依條段求之積爲實八步二分半爲常
法



義曰中開一方除圓池
四分之三外有四分之
一卽是一步內得二分
半也

舊術曰列積步以八步二分半除之所
得再開方見內圓徑

第七問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一千

三百五十七步只云外方面不及內池周一十四步問方圓各多少

答曰方面四十步 圓周五十四步

法曰立天元一爲外方加不及一十四步得 一 爲內周以自增乘得 一 爲十二個圓池積於頭再立天元方面以自之又十二之爲十二個方田積內減頭位得 一 爲十二段如積寄左然後列見積一千三百五十七步就分

田方四十步

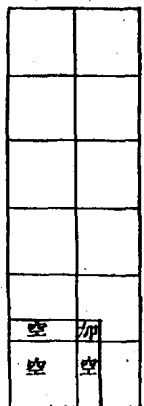
徑十八步

每十二通之得一萬六千二百八十四步與左相消得數三十一開平方得四十五步爲外方面也

依條段求之十二之積內加入不及步
羈爲實二之不及步爲虛從十一步常
法

義曰其十二段積內帶起十二個圓池

其十二个圓池補成一个圓周方其圓周多於方面十四步故自之爲羈加入



所欠之一

角又二之

爲虛從恰

得十一个方也

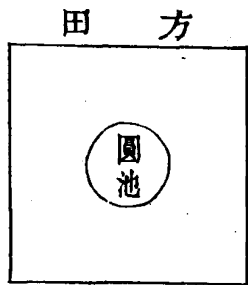
第八問

今有方田一段內有圓池水占之外有地一十三畝七分半只云內外方圓周共相和得三

百步問方圓周各多少

答曰外方周二百四十步 內圓周六十

步



法曰立天元一爲圓徑
以三之爲圓周以減其
步得^太卅爲方周以自
增乘得^太卅爲十六
段方田積於頭再立天
元圓徑以自之又十二之得^太卅爲

十六个圓池積以減頭位得太卅卅爲

十六段如積寄左然後列眞積一十三

畝七分半以畝法通之得三千三百步

又就分母一十六通之得五萬二千八

百步與左相消得卅卅開平方得二

十步爲圓池徑又三之爲圓周也

依條段求之和步界內減十六之見積

爲實六之和步爲從三步常法

義曰十六个圓池該十二个方內從步

舊術曰列相和步自乘爲頭位又以十六之田積減頭位又六而一爲實以相和步爲從法廉常置五分

第九問

今有方田一段內有圓池水占之外計地三千一百六十八步只云內外周與實徑共相和得三百三十步問三事各多少

答曰外方周二百四十步 實徑一十八步 圓周七十二步

法曰立天元一爲池徑以五之減倍之

田方六十步



相和步得太卅爲九

个方面以自增乘得

非。卅爲八十一段

方田積於頭位二之

步別得是八方面六

實徑與一圓徑就成一方面共前數再
計九方面五圓徑却更無實徑也

立天元池徑以自之又以六十步七分

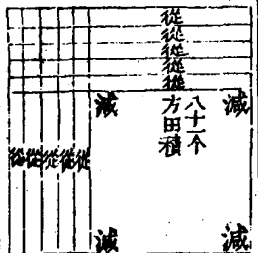
半乘之得元卅爲八十一個圓池所以

十步七分半乘之者欲齊其八十一分
母也每個圓池七分半以八十一通之
遂得六十步圓池以此減頭位餘積為
七分半也

八十一段如積寄左然後列真積三千
一百六十八步以八十一通之得二十
五萬六千六百。八與左相消得下
開步開平方得二十四步為池徑
也五因池徑減倍相和餘九而一得方
田面以池徑減方餘折半為實徑

依條段求之倍共步自乘於頭以八十

一之田積減頭位餘爲實二十之共步
爲從三十五步七分半爲常法



義曰八十一個方田
內帶起八十一個圓
池每個圓池七分半
此八十一個計該六
十步七分半其從步
合除去二十五個外猶剩三十五個七
分半故以之爲常法也

舊術曰倍相和步自乘爲頭位又以八
十一乘田積減頭位餘退一位爲實倍
相和步爲從法廉常置三步五分七釐
半

第十問

今有方田一段內有圓池水占之外計地三千
一百六十八步只云內外方圓周與斜徑共
相和得三百四十二步問三事各多少

答曰外方周二百四十步 內圓周七十

二步 斜三十步

法曰立天元一為池徑以二十五之減於十之相和三千四百二十步得

為四十七个外方面以

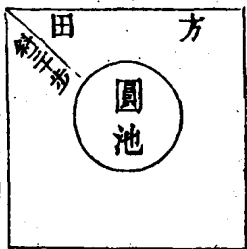
自增乘得太為二

千二百九段方田積於

頭位十之相和步三千

四十个内池徑三十个

个斜至步合入五个池徑共得五斜此五斜便是七个方面計總數該四十七



个方面二十五個圓再立天元池徑以
徑外更無斜至步也

自之又以一千六百五十六步七分半

乘之得吃唯爲二千二百。九個圓池

積也所以用一千六百五十六步七分半乘之者欲齊其二千二百。九

分母也。每一個圓池積七分半。今有二
千二百。九個圓池積以七分半乘之

該一千六百五十六步七分半也。以此減頭位得唯

爲二千二百九段如積數寄左然後列唯

真積三千一百六十八步以分母二千

二百。九通之得六百九十九萬八千

一百一十二步與左相消得
平方得二十四步卽池徑也
以二十五
之圓徑減十之和步餘四十七而一得
爲外方面身加四內減了圓池徑餘折
半爲斜徑也

案法內所用四十七方面之數亦由立天
元一法取出但截去前段恐初學不能無
疑茲仍依其法補之

法立天元一爲池徑五因之以減倍和得

正下層是負下同 鏡案此算式上層是為八方面一斜

共數以方五因之得太正為實又以方五因八方面得四十以斜七乘一斜得七併之得四十七為法除實得方面不除便為四十七个方面也

依條段求之相和步進一位自乘於頭位以二千二百九之真積減頭位餘為實五百之和步為益從一千三十一步七分五釐為益隅

面方七十徑五十二

二百五十之從

六百二十
五個池
徑

減

三十四

義曰減數係是二千二

百九段方面羈內却漏

下二千二百九個圓池

此數該係一千六百五

十六個七分半圓徑羈

却於從步上疊用了六百二十五個池

徑羈外猶剩一千三十一个七分五釐

故以之為隅法其從法元有五十個圓

徑今命之為五百者緣相和步進一位

也

舊術曰列相和步進一位自相乘爲頭位以二千二百九之積減頭位餘以三之爲實又以一千五百之相和步爲從法廉常置三千九十五步二分半開平方見池徑

第十一問

今有圓田一段內有方池水占之外計地二十五畝餘二百四步只云從外田楞至四邊各

三十二步問外圓內方各多少

答曰外圓徑一百步 內方面三十六步

法曰立天元一爲內方面加倍至步爲

外田徑以自之得下式

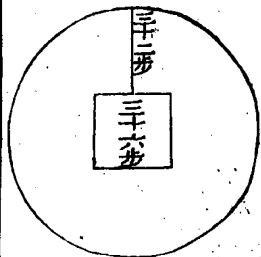
得 $\frac{10000}{10000}$ 爲四段圓田積於頭再立天

元方面以自之又就分母四之得 $\frac{10000}{4}$

爲四池積以減頭位得 $\frac{10000}{4}$ 爲四段

如積寄左然後列真積又就分四之得

二萬四千八百一十六步與左相消得



開平方得三

十六步爲方池面也

加倍至步卽圓徑也

依條段求之四之積

步於頭位作三個外圓徑內

出了四個方池積也 丙減十二之至步羃爲實十

二之至步爲從一虛隅

義曰四個外圓田內減了十二段至步

羃復以十二之至步爲從又合去四個

減	從	減
減	池	減
減	從	減
減	從	減
減	池	減
減	從	減
減	從	減
減	池	減
減	從	減

池

方池今元積內有三個虛池猶欠一個
虛池故以一步爲虛隅常減從以爲法
又有圓田一段中有方池水占之外有
田五十步只云方池一尖抵圓邊其一
尖至圓邊三步問圓徑方面各若干

答曰徑十步 面五步

法曰立天元一爲方斜加三步爲圓徑

以自之又以一步九

分六釐乘之得百步

分六釐多十一元七分

分六釐多十七步六分

分四釐諸條皆步數在下

上此條獨步數在太

銳案海鏡算式以太



上一層爲元元上一層爲元自乘羅與
此正同此法緣鈔於別紙故獨與諸問
體例又三之得步內減四之天
異也

元冪得上層卽中下云云

案卽多三十元餘二十

五步餘也寄左然後置五十步兩度加四得

卅步又四之得卅步與左相消得下層

三百三十九步。八釐

案此下當加與一平方八分八

釐多三十五元二分八釐等十八字方

明銳案

此法文雖簡而意已足不必如

案所云且案所據乃借根方加減法平

方及多少字亦惟借根方用之於古立

天元一之文

負

銳案此負字當屬上文

則甚無當也

蓋以三百九十二步減

寄左下層不足減反減之得三百三十

九步八釐爲負實也案語從中隔斷緣

不知古法開方

除有負實之故開平方得七步卽池斜

也副置池斜上位加至步卽圓徑下位
 身外減四卽方面也合問



依條段求之四段展起見積內減三段
 展起至步羈爲實六之至步展起爲從
 一步八分八釐爲常法也此問若求方
 面則其法甚易今求方斜故其圖須細

分之

義曰三个九分六釐共計二步八分八釐其元初作四段如積時合有四个所展之池今來只見三个故於二步八分八釐內去却一步鏡案此下元木餘只有一步八分八釐爲常法也此法於別紙上鈔得

故錄於此

第十二問

今有圓田一段內有方池水占之外有地二十

五畝零二百四步只云從外田楞通內方方面六十八步問各數若干

答曰外圓徑一百步 內方面三十六步

法曰立天元一爲內方面減倍通步得

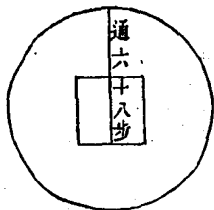
歌卜爲外圓徑以自之得 圓 爲圓

徑羅以三之得 圓 爲四段圓田積

於頭再立天元內方面以自之又就分

母四之得 元 爲四段方池積以減頭

位得 圓 卜卜爲四段如積數寄左然後



以四之見積二萬四千
 八百一十六步與左相
 消得 卅三 平方開之
 得三十六步爲內方面
 也減倍通步卽圓徑

依條段求之十二段通 銳案元本 步數
作至誤

內減四之見積爲實十二之通步爲從

一常法

義曰所減數內剩下四个方池疊補了

三个外猶剩一个故以之爲常法

減	減	二之
減	減	從
11N		
減	減	二之
減	減	從
11N		
減	減	二之
減	減	從
11N		

第十三問

今有圓田一段內有方池水占之外計地五千步只云從外田楞至內池角四邊各一十五步問方圓各多少

答曰外圓徑一百步內方面五十步

法曰立天元一為內方面身外加四為

內方斜又加倍至步得

三太目為外圓徑也以自

增乘得太目目為外徑

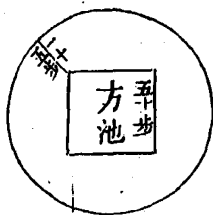
累以三之得太目目為

四段外圓積於頭再立

天元內方面以自之又四之得元目目為

四段方池積也以減頭位餘太目目為

四段如積數寄左然後列四之見積二



萬步與左相消得 開平方得五
 十步爲池方面也身外加四又加入倍
 至步卽爲外田徑也

依條段求之四之積步內減十二段至
 步冪爲實十二之至步身外加四爲從
 一步八分八釐爲常法



義曰三个九分六釐計二步八分八釐
其四个圓田內有四个方水池除從步
合占三个外猶剩一个水池却於數內
取了一步餘一步八分八釐故以之爲
常法也其從步加四者蓋取斜中之方
面也若不加四不能見方面而但得方
斜也

舊術曰四因積步爲頭位又倍去角步
自乘三之減頭位餘折半爲實又倍去

角步三因加四爲從法廉常置九分四釐

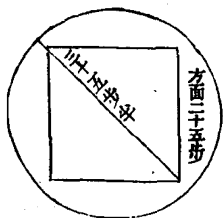
第十四問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三百四十七步只云從田外楞通內池斜三十五步半問外圓內方各多少

答曰外圓徑三十六步 內方面二十五步

法曰立天元一爲內方面加四得既步

為方斜以減倍通步得狀 𠄎 為外圓徑
以自增乘得 𠄎 為外田徑羃也以



三之得 𠄎 為四段

圓田積於頭再立天元

內方面以自之又就分

四之得 𠄎 為四段方

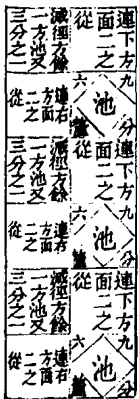
池以減頭位得 𠄎

為四段如積寄左然後列四之見積一

千三百八十八步與左相消得 𠄎

開平方得二十五步爲內方面也方面
加四減於倍通步得圓徑也

依條段求之十二段通步羈內減四之
田積爲實十二之通步加四爲益從一
步八分八釐常法



義曰此式原係虛從今以虛隅命之四

段圓田減積時剩下四段方池於從步

內用訖三個外猶剩一個却於二步八

分八釐虛數內補了一步外虛一步八

分八釐故以之爲法

從負隅正或從正隅負其實皆同故

因此廉從以別之。〔銳案〕此法以後數減寄左數故得實正從負隅正若以寄左數減後數則得實負從正隅負矣正負元可互易故曰其實皆同也

舊術曰倍通步自乘三之爲頭位四因

田積減頭位餘爲實又十二通步加四

爲從法廉常置一步八分八釐減從開

方新舊廉從不同開
時則同故兩存之

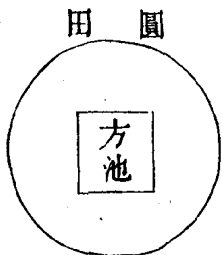
第十五問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三十
三畝一百七十六步只云內方周不及外圓
周一百五十二步問外圓內方各多少

答曰外圓周三百六十步 內方周二百
八步

法曰立天元一爲內方面以四之爲內
方周加不及一百五十二步得畝卅爲外

圓周以自增乘得 卅一 爲十二段圓
田積於頭再立天元內方面以自之又
就分十二之得 卅一 爲十二段方池積



以減頭位餘 卅一 爲

十二段如積寄左然後

列見積八千。九十六

步又就分十二之得九

萬七千一百五十二步

與左相消得 卅一 平方開得五十二

步爲內池方面也以四之爲內方周加
不及步爲圓周也

依條段求之十二段積步內減不及步
冪爲實八之不及步爲從四步爲常法
也

義曰十二段圓積該九段圓徑冪九段
圓徑冪便是一個圓周冪也據十二段
圓積內元少十二个方池今於周冪內
除折算外剩四个池積故以四步爲常

法也

圓

不及羈
減去

少少少少

舊術曰十二之積步爲
頭位以不及步自乘減

周

從

頭位餘八而一爲實以

羈

從

少少少少

半步開平方

新舊二術
不同者舊

從
少少少少

不及步爲從法廉常置

術從簡耳算術本貴簡易而猶立新
術者緣舊術難畫條段也餘倣此

第十六問

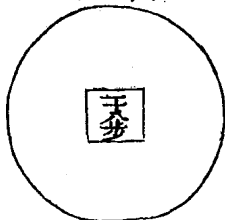
今有圓田一段內有方池水占之外計地三千

五百六十四步只云內方周與外圓徑等間
等數各若干

答曰內方周外圓徑各七十二步

法曰立天元一爲等數便以爲方周以
自之爲十六个方池於頭元一再立天
元等數便以爲圓徑以自之又十二之
得元一爲十六段圓田積內減頭位餘
元一爲十六段如積寄左然後列眞積
三千五百六十四步又就分十六之得

圓田



五萬七千。二十四步
與左相消得■。一平
方開得七十二步即等
數也

案法後落條段一條依前例補之

依條段求之十二之真積爲實無從一
十一步常法

義曰十六个圓積乃十二段圓徑羃也

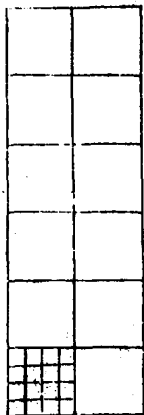
共十六个圓積內有十六个方池恰是

一个方也

此一个方

便是等數

幕也

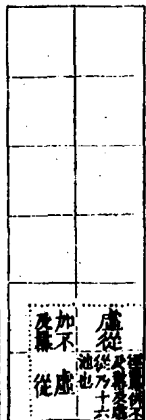


舊術曰列田積從十二段平方開之得
內方面四之卽等數也又法以十六乘
田積如十一而一所得開方卽等數

第十七問

六段池積於頭再立天元外圓徑以自
之又十二之得元卅爲十六段田積也
內減頭位餘卅卅卅爲十六段如積寄
左然後列真積一千六百一十一步就
分母十六之得二萬五千七百七十六
步與左相消得卅卅卅平方開得五十
四步爲外圓徑也卅卅卅加不及步爲方周也
依條段求之置十六之積加不及步卅
爲實倍不及步爲虛從一十一步爲常

法



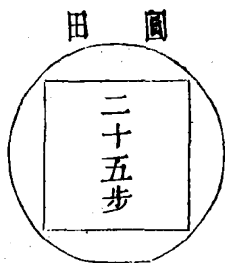
圓田積十六个圓田積內有十六个方池其十六个方池於實積內侵過所加一角併二段虛從之數也

第十八問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三百

四十七步只云外圓周內方周共得二百八步問內外周各多少

答曰外圓周一百八步 內方周一百步



法曰立天元一爲內方面以四之爲內方周減於相和二百八步得卅三爲外圓周以自增乘得卅三爲圓周卅三便爲十二段圓田積於頭再立天元內方面

以自之又就分十二之得㗎仁爲十二

段方池積也以減頭位餘㗎仁爲十

二段如積寄左然後列見積三百四十

七步就分母十二之得四千一百六十

四步與左相消得㗎仁開平方得二

十五步爲內方面也四之爲內方周減

於相和步爲圓周也

依條段求之以十二之積步減和步羈

爲實入之和步爲虛從四常法

義曰十二段圓田內有十二个方池於
 方罫界內補了十二池外猶欠四个故
 以四爲隅法此式元係虛從今却爲虛
 隅命之故以四爲虛常法

減	減	連下十六 池面爲四 之和步從			
減	減	連右十 六池面 爲四之 和步從			
減	減	此外國周 界也該十 二圓田積			

舊術曰相和步自乘於
 頭位以十二之積步減
 頭位餘八而一爲實相
 和步爲從法廉常置半
 步減從

第十九問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三十
三畝一百七十六步只云內外周與實徑共
相和得六百二步問三事各多少

答曰外圓周三百六十步 內方周二百
八步 實徑三十四步

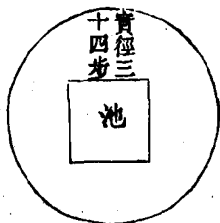
法曰立天元一爲內方面以減一百七

十二得卅一爲外田徑也

倍云數得一
千二百四步

別得是六個圓徑八個方面兩個實徑
今將一個方面兩個實徑合成一個圓

徑併前數而計是七個方面七個圓徑也今置一千二百四步在地以七約之



得一百七十二步爲徑面共也便是一個方面無實徑也以自增乘

得 ||||| 爲圓徑幕也

以三之得 ||||| 爲四

段圓田積於頭再立天

元內池面以自之又就分四之得 〇|||

爲四池積以減頭位得 〇||| 爲四段

如積寄左然後列見積八千九十六步

又就分四之得三萬二千三百八十四
步與左相消得卅一卅一開平方得五十
二步爲內方面也。以七之方面減於倍
和步餘以七而一卽圓徑也。圓徑內減
方面餘者又半之卽實徑也。

依條段求之徑面共一百七十二也。自
之爲羈又三之於頭位內減四之見積
餘爲實六之徑面共步爲從一常法。

義曰四之真積內有四個方池於從法

疊用了三个外剩一个故以一步爲常
法

減	從
從	
減	從
從	
減	從
從	

常

舊術曰倍相和自乘三之爲頭位以一

百九十六步

案此卽四與四
十九相乘之數之田積減

頭位餘以十四而一爲實又六之相和
步爲從法廉常置三步半開平方見內

方面

第二十問

今有圓田一段內有方池水占之外計地二千四百七十五步只云內外周與斜徑相和得二百五十九步半問三事各多少

答曰外圓周一百八十步 內方周六十步 斜一十九步半

法曰立天元一爲內方面以三十三之減於十之云數二千五百九十五步

太極圖說

池面以自之又就分以四千九百乘之
得元為四千九百段方池積以減頭

位得非為四千九百段如積數寄

左然後列真積二千四百七十五步就

分以四千九百乘之得一千二百一十

二萬七千五百步與左相消得非

平方開得一十五步為內方面也三十一

三之方面以減於十之相和二千五百

九十五步餘三十五而一即圓徑以方

面加四減圓徑餘半之卽斜徑也

依條段求之十之相和步自之爲累以
三之於頭位以四千九百段見積減頭
位爲實一千九百八十之相和步爲從
一千六百三十三爲常法

義曰減數計三千六百七十五個圓徑
累便是四千九百個圓田積也內漏下
四千九百個方池却於從內疊用了三
千二百六十七個方池外猶剩一千六

從	二千八百 九百五	減	二千二百 二十五圓	得
從	二千八百 九百五	從減	二千二百 二十五圓	得
從	二千八百 九百五	從減	二千二百 二十五圓	得
從	二千八百 九百五	從	二千二百 二十五圓	得
從	二千八百 九百五	從	二千二百 二十五圓	得
從	二千八百 九百五	從	二千二百 二十五圓	得

百三十三个方面幕故以之爲常法也
 其從法元有一百九十八个方面合用
 一百九十八之相和步爲從今用一千
 九百八十个相和步者緣爲相和步先
 進了一位也

第二十一問

今有方田三段共計積四千七百七十步只云
方方相較等三方面共併得一百八步問三
方各多少

答曰大方面五十七步 中方面三十六
步 小方面一十五步

法曰立天元一爲方差以減中方面

併

數三而一卽得 $\frac{1}{2}$ 爲小方面也以自

得中方面

之得 $\frac{1}{2}$ 爲小方積於頭再立天元

方差加入中方面得 $\frac{1}{2}$ 爲大方面以

大方

中方

小方

自之得_一為大方積於次
位又列中方面_三自之得_一
為中方積於下位三位相併得_一
。為一段如積數寄左然
後列真積四千七百七十步與
左相消得_一。開平方得二十一步
即是方差也置方差數加中方即大方
面減中方即小方面也

依條段求之列併數以三約之所得即

中方面也以自之爲幕又三之以減積
爲實無從二步常法



義曰積步內減三個
中方幕外有兩個方
故得二步常法舊術
又折半止得一個方
也

第二十二問

今有方田一段其西北隅被斜水占之外計地

一千二百一十二步七分半只云從田東南
隅至水榜四十五步半問田方面多少

答曰田方面三十五步

法曰立天元一爲水占斜加入云數四
十五步半得三十五步半爲田斜以自增乘得

三十五步半爲田斜以自增乘得

再立天元一水占斜以自
之爲水占得小方積就分
以一步九分六釐乘之得

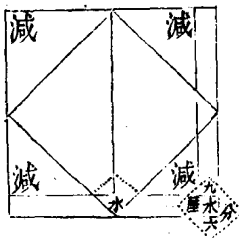


况自步爲所展得水占積也以減頭位
得ㄩㄩㄩ步爲如積一段寄左然後列
真積一千二百一十二步七分半以一
步九分六釐乘之得數二千三百七十
六步九分九釐以與左相消得ㄩㄩㄩ
開平方得三步半爲水占斜加至步爲
田斜身外減四卽是方面也

依條段求之展積內減至步羈爲實二
之至步爲從九分六釐虛常法開平方

得三步半卽水占斜也

義曰今將水占斜直
命爲小方池面也



舊術曰列田積於頭位又列至步除四
則直至步以自乘減頭位餘爲實二之
直至爲從以九分六釐爲廉減銳案元本脫減

字今補蓋廉從
異名須相減也
從開平方得二步半加

直至步三十二步半得三十五步卽田

方面也



爲水占斜

此圖卽舊術條段也舊
術減云步爲直至步入
法而求得二步半爲直
至不及方面步新術展
積入法而求得三步半

元和李銳算校

益古演段卷上